S

1967

FABER-CASTELL

Sonderausgabe für Volksschulen

Rechenstab-Brief

Berichte und Anregungen für das Stabrechnen

Aus dem Inhalt

Verantwortliche Schriftleitung:

Dr. Peter Pirchan

Ing. Harald Bachmann

Hinweis:

Der Castell-Rechenstab-Brief wird kostenlos an Interessenten verschickt
Weitere Druckschriften können angefordert werden.

Was soll der Rechenstab in der Volksschule?

Ulrike Engels

Der Ausbau der Volksschuloberstufe zur Hauptschule mit 9. und 10. Schuljahr ist einer der gegenwärtig aktuellen Züge der Volksschulorganisation in den einzelnen Ländern. Ist man sich heute über die grundsätzliche Gestaltung und Sinngebung der erweiterten Volksschuloberstufe einig, so gehen die Meinungen hinsichtlich der konkreten Bildungsinhalte teilweise noch auseinander. Bei der didaktischen Analyse des Rechenunterrichts erweist sich in besonderer Weise das Stabrechnen als umstrittener Unterrichtsgegenstand. Was soll der Rechenstab in der Volksschule? Ist das Stabrechnen ein aus pädagogischer und didaktischer Sicht berechtigter Unterrichtsgegenstand unserer Volksschule?

Der Rechenstab nimmt heute seinen Einzug in die Volksschulen, und es scheint, daß im Fortgang dieser Entwicklung das Stabrechnen zum Bestandteil mathematischer Allgemeinbildung wird. In der Ausbildung der Lehrer an den Pädagogischen Hochschulen findet das Stabrechnen heute einen Platz. Die Stoffpläne verschiedener Länder enthalten bereits diesen Unterrichtsgegenstand, und in der Unterrichtspraxis wurden gute Erfahrungen gesammelt. Dennoch muß die gestellte Frage kritisch beleuchtet werden, da neben den zahlreichen positiven Stellungnahmen Bedenken gegen die Einführung des Rechenstabes in der Volksschule bestehen, die nicht ohne weiteres übergangen werden dürfen. An erster Stelle der Gegenargumente steht der Einwand, dem Stabrechnen liege die Lehre von den Logarithmen zugrunde, und diese sei dem Volksschüler nicht zugänglich.* Das Stabrechnen lasse sich daher nur mechanisch einüben, ohne daß eine echte Einsicht in das innere Aufbauprinzip, also die mathematische Begründung dieses Recheninstruments erfolge.

„Der Rechenstab kann schon vor der Behandlung der Logarithmen verwendet werden." So lautet die Empfehlung des „Kasseler Lehrplans von 1953" für den mathematischen Unterricht an den deutschen höheren Schulen. Diese Empfehlung, die gegen den aufgeführten Einwand steht, kann auch für die Volksschule angenommen werden. Sie darf jedoch nicht fälschlich als Freigabe des Rechenstabes für eine mechanische Handhabe durch den Schüler gewertet werden. Die Einführung des Rechenstabes in der Volksschule hat nur dann ihre Berechtigung, wenn dieses Instrument über seine Bedeutung als zeitsparendes Hilfsmittel hinaus einen Beitrag zur mathematischen Bildung zu leisten vermag. Mathematische Bildung und Denkschulung vollziehen sich aber nur dort, wo Einsicht gewonnen wird. Daher ist die Frage zu stellen: Ist es denn möglich, den Volksschüler ohne seine Kenntnis der Logarithmen mit den Hintergründen des Stabrechnens vertraut zu machen?

Es gibt methodische Arbeiten, die einen Weg gewiesen haben, wie etwa:
Walter Breidenbach: Rechenstab — Methodische Einführung für den Gebrauch in der Volksschule, Hannover 1963

* Bekanntlich vollzieht sich das Stabrechnen in der geometrischen Ausführung (Streckenaddition und -subtraktion) der arithmetischen Operation des Logarithmierens. Dabei stellt der Rechenstab eine sogenannte Funktionsleiter dar. D. h.: Die Marken bezeichnen die geometrischen Werte (Streckenwerte) der Logarithmen, während es die zugehörigen Numeri (Rechenzahlen) sind, die man an den Marken aufgeführt findet.

Walter Breidenbach: Rechnen in der Volksschule, Hannover 1963
Friedrich Drenckhahn: Vom Rechenstab in der Volksschule, Zeitschrift „Pädagogische Blätter“, 7. Jahrgang, Heft 1/2, Berlin 1956

Besuden/Fricke/Müller: Rechnen und Raumlehre, 9. Schuljahr, Stuttgart 1964
Hierin wird deutlich: Die Prinzipien des Stabrechnens können auch ohne Kenntnis der Logarithmen zur Einsicht gelangen. Das Stabrechnen vermag einen Beitrag zu einem denkenden Rechen- und Raumlehreunterricht zu leisten.

Bei Friedrich Drenckhahn finden wir die Formulierung: „Jedes Gebiet der Schulmathematik verträgt Darstellungen in verschiedenen Höhenlagen.“ Die Volksschule als Schule des anschauungsnahen Denkens nimmt im Rechenunterricht den Weg von der Anschauung als dem Handeln mit konkreten Dingen zu klaren Zahl- und Operationsbegriffen. Schrittweise verfolgt sie den Weg von der niedrigen zur höheren Stufe der Erkenntnis. Welcher Lehrer würde die Schüler im 1. bzw. 2. Schuljahr mit dem Grundaxiom der Multiplikation konfrontieren? Vielmehr gewinnen hier die Kinder erste Einsicht im manuellen Tun, in der Spielhandlung, die die Definition bereits in propädeutischer Weise enthält. Erst im Verfolgen mehrerer Abstraktionsschritte wird die Erklärung allgemeiner, mathematischer.

Auch die mathematische Konstruktion des Rechenstabes läßt sich in einer Weise elementarisieren und veranschaulichen, die der Auffassungsweise des Volksschülers angepaßt ist. Ein gemeinsamer Grundzug der in diesem Sinne unternommenen methodischen Versuche ist die eigenständige Konstruktion eines Rechenstabes durch den Schüler. In der Konstruktion ist die Definition bereits in anschaulicher Weise enthalten. Die schrittweise, logisch einwandfreie Konstruktion des Rechenstabes, wie sie der Volksschüler vorzunehmen vermag, unterscheidet sich von einer mathematischen Begründung des Stabrechnens mit Hilfe der Lehre von den Logarithmen wohl nach der „Höhenlage“ der Erkenntnis, nicht aber in der Richtigkeit des Denkens.

Hat der Volksschüler durch selbständige, logisch einwandfreie Konstruktion die Prinzipien des Stabrechnens schon früh erkannt, so steht im 9. Schuljahr einer Behandlung auf „höherer Ebene“ und damit der Gewinnung tieferer Einsichten in die mathematischen Hintergründe des Stabrechnens nichts im Wege. Die Behandlung der Potenzen und Wurzeln kann vom Stabrechnen her eine interessante Bereicherung erfahren.

Die Schüler gelangen zu der Einsicht:

Jede beliebige Zahl x läßt sich als Potenz mit bestimmter Grundzahl darstellen. Wählen wir als Basis 10, so ist

$$1 = 10^{0}$$
$$10 = 10^{1}$$
$$100 = 10^{2} \text{ usf.}$$

Die Potenzwerte zwischen 1 und 10, 10 und 100, usf. erfordern nichtganzzahlige Hochzahlen:

$$2 = 10^{0,3}$$
$$3 = 10^{0,48}$$
$$4 = 10^{0,6}$$

Leicht erkennen die Schüler: Addiert man die Hochzahlen zweier Potenzen mit gleicher Basis, so erhält man die Hochzahl des Produktes dieser Potenzen.

Beispiele:

$$10^{2} \cdot 10^{1} = 10^{2+1} = 10^{3}$$
$$100 \cdot 10 = 1000$$
$$10^{0,3} \cdot 10^{0,48} = 10^{0,3+0,48} = 10^{0,78}$$
$$2 \cdot 3 = 6 \quad (6 = 10^{0,78})$$

Es gilt die Regel:

Wir multiplizieren Potenzen mit gleicher Basis, indem wir ihre Hochzahlen addieren. (Für die Division von Potenzen gleicher Basis gilt Entsprechendes.)

Dem Schüler leuchten nun die mathematischen Hintergründe seiner Rechenstabkonstruktion ein: Wir können ja tatsächlich die Multiplikation von Zahlen auf eine Addition zurückführen. Es gelingt uns, Zahlen zu multiplizieren, indem wir sie als Potenzen mit gleicher Basis schreiben und schließlich die Hochzahlen addieren. Führen wir diese Operation nun noch geometrisch als Streckenaddition durch, so haben wir unseren Multiplikationsstab, für den gilt: Wir addieren und subtrahieren die Strecken der Hochzahlen (Logarithmen), schreiben aber statt der Hochzahlwerte die Potenzwerte an die Marken. Dieser Sachverhalt läßt sich recht anschaulich graphisch darstellen.

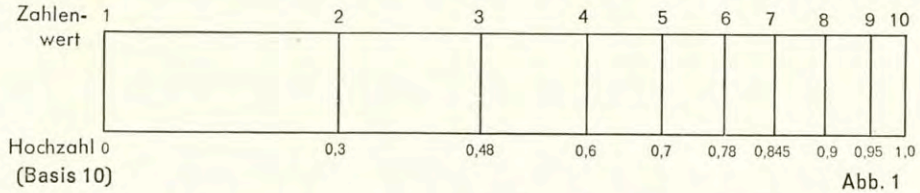

Abb. 1

Die gewonnene Erkenntnis gibt Anlaß, das Stabrechnen nun noch einmal genau auf seine Prinzipien hin zu durchleuchten.

Der angeführte Einwand gegen das Stabrechnen, der Volksschüler könne ohne die Kenntnis der Logarithmen keine echte Einsicht in die Prinzipien des Stabrechnens gewinnen, verliert also seine Stichhaltigkeit, wenn wir im Sinne Friedrich Drenckhahns von der Forderung absehen, die mathematischen Gegenstände gleich auf der höchsten Ebene des Erkennens zur Einsicht zu bringen. Die selbständige, logisch einwandfreie Konstruktion des Rechenstabes verdeutlicht dem Schüler die Prinzipien des Stabrechnens in hinreichender Weise und legitimiert damit die Verwendung dieses Rechenhilfsmittels in der Volksschule.

Vielfach wird ein weiterer Einwand gegen den Rechenstab in der Volksschule aufgeführt. Es heißt, das Stabrechnen stelle einen zusätzlichen Unterrichtsgegenstand und damit eine stoffliche Mehrbelastung dar, die bei der ohnehin schon gegebenen Stoffüberfülle nicht vertretbar sei.

Dieser Einwand wäre dann stichhaltig, wenn das Stabrechnen um seiner selbst willen und als isolierter Unterrichtsgegenstand behandelt würde. Es ist aber in der Praxis so, daß dieses Recheninstrument unentwegt bei der Lösung von Aufgaben der verschiedensten Rechen- und Sachbereiche eingesetzt wird. Dabei zahlt sich die auf die Einführung verwendete Zeit und Sorgfalt in doppelter Weise wieder aus: Der Schüler versteht es, den Rechenstab denkend zu gebrauchen und immer neue Verwendungsmöglichkeiten zu entdecken und ihn zugleich als zeitsparendes Rechenhilfsmittel einzusetzen.

Der zeitökonomische Aspekt mag an einem Beispiel verdeutlicht werden. Zu lösen sei die Aufgabe

$$\frac{3{,}9032 \cdot 15{,}23}{19{,}735}$$

Schriftliches Verfahren:

3,9032 · 15,23	59445,736 : 19,735 ≈ 3,0121
39032	59205
195160	24073
78064	19735
117096	43386
59,445736	39470
	39160

Diese Rechnung erfordert die Schreibarbeit von 104 Ziffern,
die Rechenarbeit von 40 Multiplikationen,
8 Additionen und
15 Subtraktionen.

Zusätzlich sind 11 Zahlen „im Sinn" zu behalten und nach der Multiplikation oder Division im Kopf zu addieren. Die Stellung des Kommas wird durch Abzählen gefunden. Der Zeitaufwand der Schüler beträgt $3^1/_2$ bis 9 Minuten.
Mit dem Rechenstab:

Überschlag:

$$\frac{4 \cdot 15}{20} = 3$$

Mit dem Rechenstab wird C 19735 über D 39032 eingestellt. Ohne weitere Einstellung und bei Nichtbeachtung des Zwischenergebnisses kann unter C 1523 gleich auf D die Ziffernfolge des Ergebnisses abgelesen werden: 3012. Die Kommastellung wird durch Überschlag ermittelt, wodurch zugleich eine Kontrolle der Lösung möglich wird. Der durchschnittliche Zeitaufwand beträgt 1 Minute.

Diese Gegenüberstellung zeigt deutlich den Vorteil des Stabrechnens gegenüber dem schriftlichen Verfahren. Er liegt im verminderten Schreib- und Zeitaufwand. Zudem gewährt der Überschlag dem Schüler die Kontrolle seiner Lösung, während das schriftliche Verfahren zahlreiche Möglichkeiten für Fehlerquellen enthält.

Die gewonnene Zeit aber kommt der sachlichen Erfassung und gedanklichen Durchdringung jeder besonderen Aufgabe zugute. Der Fluß des Durchdenkens wird nicht mehr durch die zeitraubenden schriftlichen Ausrechnungen gestört. In der Raumlehre kann den eigentlich raumkundlichen Aufgaben mehr Pflege gewidmet werden, während die „lästigen" Ausrechnungen mit dem Rechenstab sauber und schnell durchgeführt werden. Die Zeit, die sonst für das mechanische, pädagogisch wenig ergiebige schriftliche Rechnen aufgewendet wird, kann nun für eigentlich mathematisches Denken freigemacht werden.

Wird der Rechenstab richtig eingesetzt, so ist gerade mit ihm die Möglichkeit gegeben, der Stoffüberfülle Herr zu werden, ohne daß dabei auf Gründlichkeit verzichtet zu werden braucht. Der Rechenstab ist also keine zusätzliche Belastung, sondern in mehrfacher Hinsicht ein Gewinn für den Rechenunterricht.

Gegen das Stabrechnen in der Volksschule scheint ebenfalls der Einwand zu sprechen, das schriftliche Rechnen und die mündlichen Übungen kämen zu kurz. Kommen doch heute von seiten der Berufsschulen und insbesondere aus Kreisen der Wirtschaft immer wieder Klagen über mangelnde Fertigkeit unserer Volksschulabgänger in der Durchführung der elementaren Rechenoperationen. Hierzu ist zu sagen, daß es dem Lehrer zur Steigerung der bloßen Rechenfertigkeit freisteht, zwischenzeitlich von den Schülern Aufgaben im schriftlichen Verfahren lösen zu lassen. Dabei braucht der Rechenstab jedoch keineswegs weggelegt zu werden. Vielmehr dient er nun als willkommenes Kontrollinstrument. Im Unterricht erweist es sich zudem als reizvoll, ein bis zwei Schüler jeweils mit der schriftlichen Durchführung der Operationen zu betrauen. Damit ist ein besonderer Anreiz sowohl für die Stabrechner als auch für die „Bleistiftrechner" hinsichtlich Geschwindigkeit und Genauigkeit gegeben.

Vielfach ist ein falsches Ergebnis jedoch gar nicht auf fehlerhafte Ausrechnung, sondern auf falsche Erfassung und gedankliche Lösung der Aufgabe zurückzuführen. Hier aber schafft der Rechenstab Abhilfe. Der gedanklichen Lösung wird breiter Raum gewährt. Das Ausrechnen, also die mechanische Durchführung der Operationen, übernimmt der Rechenstab.

Daß beim Stabrechnen die eigentliche Rechenfertigkeit vernachlässigt wird, stimmt nur bedingt. Beim Überschlag werden das Kopfrechnen und das halbschriftliche Rechnen in vorzüglicher Weise gepflegt. Das überschlägige Rechnen erfordert vom Schüler das Erfassen einer Aufgabenstellung und den Blick für Zahlenverhältnisse, zwei Dinge, die später im beruflichen und auch privaten Alltag von weitaus größerer Bedeutung sind als die exakte Durchführung mechanischer Rechenoperationen.

Ein weiteres Argument, das gegen die Einführung des Rechenstabes in der Volksschule angeführt wird, ist die Tatsache, daß der Rechenstab keine „genauen" Werte liefert. Es wird eingewendet, daß sich keine Grenze finden lasse, wann ein Ergebnis noch richtig und wann es bereits falsch sei. Kann mir doch der Rechenstab für die Aufgabe 2 · 4 ebenso die Ergebnisse 7,999 oder 8,001 wie auch das Ergebnis 8,000 liefern.

Hierzu bedarf es einer grundlegenden Feststellung: Es ist ein Unterschied, ob ich mit der Zahl 2 rechne oder auf dem Rechenstab mit der Strecke ihres Logarithmus' arbeite. Mit der Einstellung auf dem Rechenstab wird aus dem genauen Zahlenwert 2 der nur genäherte Zahlenwert 2,000 mit 3 bis 4 geltenden Ziffern. Umgekehrt läßt sich ein Zahlenwert nur auf 3 bis 4 geltende Ziffern auf dem Rechenstab ablesen. Wir müssen also beim Stabrechnen für die Aufgabe 2 · 4 auch die Ergebnisse 7,999 und 8,001 als richtig ansehen. In diesem Sinne schreibt Richard Stender: „Der Rechenstab ist das wichtigste und nützlichste Instrument für genähertes Rechnen."*

Bei der Korrektur der Schülerarbeiten ist es für den Lehrer nicht schwer zu erkennen, wo ein echter Einstell- oder Denkfehler vorliegt. Selbstverständlich wird nicht jede beliebige Ungenauigkeit hingenommen. Es ist anfangs reizvoll, zeitweilig die prozentuale

* Richard Stender: Der moderne Rechenstab, Frankfurt a. M. und Hamburg 1964, S. 5.

Abweichung des Rechenstabergebnisses vom schriftlich ermittelten zu berechnen. Dieses Vorgehen ist einerseits eine sinnvolle Übung in der Prozentrechnung und gibt zudem Anreiz zu immer genauerem Einstellen und Ablesen. Der aufmerksame Lehrer wird über die mit der Übung wachsende Fähigkeit der Schüler erstaunt sein, mit dem Rechenstab immer genauere Ergebnisse zu ermitteln. Schon nach kurzer Übungsdauer stimmen die Rechenstabergebnisse meist mit den im schriftlichen Verfahren ermittelten und dann sinnvoll auf- und abgerundeten Ergebnissen überein.

Unbeantwortet blieb bisher die Frage: Genügt uns die Rechenstabgenauigkeit? Hier soll die Gegenfrage gestellt werden: Was versteht man unter Genauigkeit? In der Volksschule nimmt neben dem reinen Zahlenrechnen das angewandte oder bürgerliche Rechnen eine vorrangige Stellung ein. Beim angewandten Rechnen haben wir es mit benannten Zahlen, vielfach Meßwerten verschiedener Art zu tun. Liefert aber die Berechnung einer konkreten Fläche — nehmen wir einen Schulhof an — einen genauen Wert, wenn für die ermittelte Länge l = 60 m und die Breite b = 35 m der Wert F = 2100 qm angegeben wird? Dieses ist offensichtlich nicht der Fall, obwohl die Rechnung selbst „genau" ist; denn die als Länge und Breite angegebenen Werte sind ganz sicher mit Meßfehlern behaftet. Wir täuschen also Genauigkeit vor, wo sie nicht möglich ist. Dort, wo physikalische und geometrische Meßwerte zugrundeliegen, ist ein Meßfehler nie ganz vermeidbar, so daß wir es immer nur mit genäherten Meßwerten und demnach auch mit genäherten Endwerten zu tun haben. Dieses wissend begnügt sich der Ingenieur im allgemeinen mit der beim Stabrechnen erzielbaren Genauigkeit. Warum sollten wir es in der Volksschule nicht auch tun? Richard Stender äußert hierzu: „Die praktische Erfahrung hat gelehrt, daß der Rechenschieber in den allermeisten Fällen hinsichtlich der erzielten Ziffern vollkommen ausreicht. Es wird sogar ein überflüssiger Ballast von vornherein vermieden."

Der Rechenstab erzieht also keineswegs zur Ungenauigkeit. Es liegt vielmehr in der bewußten Beschränkung der Genauigkeit auf das logisch sinnvolle, meßtechnisch mögliche und ökonomisch vertretbare Maß ein erzieherischer Wert. Der Schüler lernt, so ungenau wie möglich und nicht genauer als nötig zu rechnen. Dazu bedarf es immer der richtigen Einschätzung einer Aufgabe, was mehr an geistiger Spontaneität verlangt als die Multiplikation zweier Zahlen mit jeweils fünf Stellen hinter dem Komma.

Es zeigt sich also, daß die Argumente, die man vielfach gegen die Verwendung des Rechenstabes in der Volksschule ins Feld führt, an Stichhaltigkeit verlieren, wenn man das Stabrechnen auf seine methodischen und didaktischen Möglichkeiten hin in den Blick nimmt. Mit dem Rechenstab bietet sich ein ebenso problematischer wie auch an Bildungs- und praktischem Wert reicher und an Möglichkeiten nahezu unerschöpflicher Unterrichtsgegenstand an.

Den Einstell- und Ableseübungen gilt besondere Sorgfalt. Die tägliche Übung darf nicht vernachlässigt werden. Niemals aber braucht der Rechenstab in einem wohlverstandenen Unterricht zum Instrument mechanischer Handhabe zu werden. Vielmehr gibt dieses Rechenhilfsmittel Anlaß zu immer neuen Entdeckungen der zahlreichen in ihm steckenden Einsatzmöglichkeiten. Nur ein solcher Rechenstabunterricht erzielt die erwünschten Erfolge, der immer zugleich das Denken anregt, fordert und schult.

Aus psychologischer Sicht erweist es sich als vorteilhaft, daß beim Stabrechnen neben die rein geistige Beanspruchung das manuelle Moment tritt. Der Rechenstab bedeutet für die Jungen und Mädchen ein lustbetontes Rechenhilfsmittel, bei dem sich zum Eifer im Entdecken und Begründen immer neuer Möglichkeiten die Freude am Hantieren gesellt. Gerade die Volksschule bietet einen günstigen Rahmen für eine sinnvolle Einführung und Verwendung des Rechenstabes. Es bieten sich in den letzten Klassen im Rechen- und Raumlehreunterricht unentwegt Rechen- und Sachbereiche an, bei denen der Rechenstab eingesetzt werden kann. Keine rechenstabfremden Stoffe unterbrechen den Übungsfortgang. So kann dem Volksschüler der Rechenstab in kontinuierlicher Weise in die Hand wachsen.

Damit wäre wohl zu wünschen, daß das „kann" der Kasseler Empfehlung zum „soll" einer Forderung auch für die Volksschule werden mag.

Das Für und Wider einer Verwendung des Rechenstabes in der Volksschule wurden erörtert, und die Einführung dieses Rechenhilfsmittels konnte grundsätzlich bejaht werden. Für den Lehrer stellt sich die Aufgabe, den Schüler in der rechten Weise mit dem Recheninstrument vertraut zu machen. Um das methodische Problem in der rechten Weise zu beurteilen, muß er selbst um die mathematischen Hintergründe wissen.

Im Zusammenhang mit der Methodenfrage erwachsen zwei weitere Probleme:

1. Wann soll der Rechenstab eingeführt werden?
2. Welcher Rechenstab ist der geeignete?

Die Frage nach dem Wann der Einführung wurde allgemein durch die Forderung beantwortet: Stabrechnen so früh wie möglich und daher schon vor der Behandlung der Logarithmen (Potenzen)! Die frühzeitige Einführung soll ein ausreichendes Maß an Übung garantieren. Der Gebrauch des Rechenstabes muß beim Verlassen der Schule so gründlich erlernt sein, daß er vom Schüler auch später noch gern benutzt wird. Walter Breidenbach schreibt hierzu: „Jahre, in denen mechanisches Einüben den Schülern Freude macht, gehen (bei der zu späten Einführung des Rechenstabes) ungenutzt vorbei, ebenso manche Gelegenheiten der mittleren Schuljahre, bei denen der Rechenstab von den Schülern gern benutzt werden würde."* Teilweise spricht man sich für die Einführung des Rechenstabes bereits im 7. Schuljahr aus.

Die Frage nach dem geeigneten Rechenstab stellt den Lehrer vor die Auswahl unter einer Vielzahl von Rechenstabtypen, unter der sich der Laie kaum auszukennen vermag. Von der Wahl des Rechenstabes hängt jedoch wesentlich die Gestaltung des Unterrichts ab. Der Lehrer sollte daher die angebotenen Modelle mit Sorgfalt und Überlegung prüfen.

Vorweg sollen an einen Volksschulrechenstab folgende Forderungen gestellt werden:

1. Er muß in seinem Aufbau einfach und für den Schüler übersichtlich sein.
2. Er muß preiswert sein.
3. Er soll den Belangen des Volksschulrechnens dienen, muß darüber hinaus aber auch noch im späteren Berufsleben verwendbar sein.

* Walter Breidenbach: Methodik des mathematischen Unterrichts, Stuttgart 1950.

Der Aufbau eines Rechenstabes ist durch Art, Anzahl und Anordnung verschiedener Skalen bestimmt. Im Einführungsunterricht wirkt eine Vielzahl von Skalen auf den Schüler verwirrend, so daß man gern zu einem möglichst einfachen Rechenstab greift. Die einfachste Form stellt ein Rechenstab mit den beiden Grundskalen C und D dar.

Abb. 2

An diesen beiden Skalen können die Prinzipien des Stabrechnens erörtert werden. Der Schüler ist mit ihnen in der Lage, Multiplikationen und Divisionen im weitesten Umfange vorzunehmen. Alle Bereiche des Volksschulrechnens lassen sich mit diesen Skalen bereits erschließen.

Sieht man die Vereinfachung beim Stabrechnen jedoch nicht ausschließlich in der Übersichtlichkeit und Beschränkung der Anzahl der Skalen, sondern in erster Linie darin, daß Rechnungen mit möglichst wenigen Einstellungen zu lösen sind, so erweist sich die alleinige Verwendung der Skalen C und D als nicht vorteilhaft. Begnügt man sich mit den Skalen C und D, so muß bei der Lösung zahlreicher Aufgaben der lästige und zeitraubende Zungenrückschlag in Kauf genommen werden. Es wäre unklug und zeitökonomisch nicht vertretbar, wollte man bei der Wahl des geeigneten Rechenstabes auf Skalen verzichten, die das zeitraubende Durchschlagen der Zunge erübrigen, zumal solche Leitern auch noch andere Vorteile bieten.

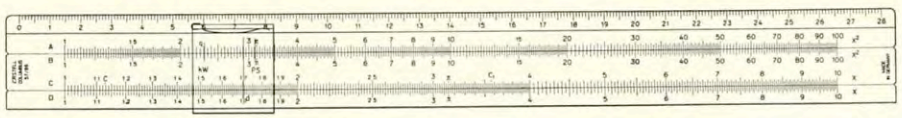

Abb. 3

Das Modell Castell-Columbus weist neben den Grundskalen das Skalenpaar A/B auf, das eine zweifache Funktion übernommt: a) Im Zusammenhang mit dem Skalenpaar C/D ermöglicht es das Quadrieren und Quadratwurzelziehen. b) Es erübrigt das Durchschieben der Zunge. Das Skalenpaar A/B stellt zwei aneinandergereihte Skalenpaare C/D mit halber Länge dar. Wir können also auch solche Werte ablesen, die beim Skalenpaar C/D ohne Zungenrückschlag nicht mehr zu ermitteln wären.

Doch dieser Vorteil wird durch einen Nachteil aufgehoben. Da den Skalen A und B nur die halbe Maßeinheit zugrundeliegt, ist die Genauigkeit der ablesbaren Werte stark herabgesetzt. Wir erzielen nicht mehr an Genauigkeit, als sie ein Taschenrechenstab von nur 12,5 cm Länge gestattet. Aus diesem Grunde erscheint das Skalenpaar A/B für einen Volksschulrechenstab wenig geeignet, obwohl diese Skalen seit der Erfindung des Rechenstabes immer eine bevorzugte Rolle gespielt haben. Auf die Skala A zum Zwecke des Quadrierens und Quadratwurzelziehens wollen wir jedoch auch in der Volksschule nicht verzichten. Sie läßt sich aber leicht als feste Skala auf dem Stabkörper anbringen.

Die Funktion der Skalen A und B kann in vorzüglicher Weise das Skalenpaar CF/DF übernehmen, sofern noch eine Skala A auf dem Stabkörper hinzukommt. Die sogenannten versetzten Skalen CF und DF erübrigen das Durchschieben der Zunge, ohne daß dabei der Genauigkeitsgrad des Einstellens und Ablesens verringert würde. Methodisch erweist es sich als reizvoll, die Schüler Prinzip und Arbeitsweise dieser Skalen selbst entdecken zu lassen.

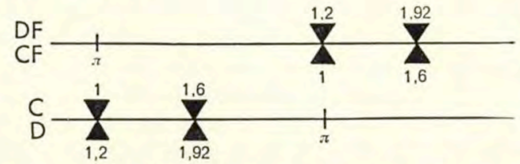

Abb. 4

Die Skalenpaare sind um den Wert π gegeneinander versetzt, so daß sich alle Aufgaben der Form $x \cdot \pi$ durch einfaches Ablesen lösen lassen. Aus dem Hauptsatz: Bei jeder Zungeneinstellung stehen sich auf den Skalen C/D einerseits und auf den Skalen CF/DF andererseits gleiche Zahlenpaare gegenüber — folgert für das Stabrechnen: Ich kann ständig vom Skalenpaar CF/DF zum Skalenpaar C/D hinüberwechseln u. u., um so das Durchschieben der Zunge zu vermeiden.

In vorteilhafter Weise ermöglichen die versetzten Zahlen die Anwendung des Proportionsprinzips, der „goldenen Regel" des Stabrechnens. So kommt der Rechenstab beispielsweise mit einer vorgenommenen Einstellung einer vollständigen Währungstabelle gleich.

Aus den genannten Gründen erscheint ein solcher Rechenstab für die Volksschule in besonderer Weise geeignet, der an verschiebbaren Leitern die Skalenpaare C/D und CF/DF, an festen Leitern wenigstens die Quadratskala A aufweist. Mit diesen Skalen lassen sich alle Bereiche des Volksschulrechnen in vorzüglicher Weise erschließen. Das Modell Castell-Mentor genügt diesen Ansprüchen.

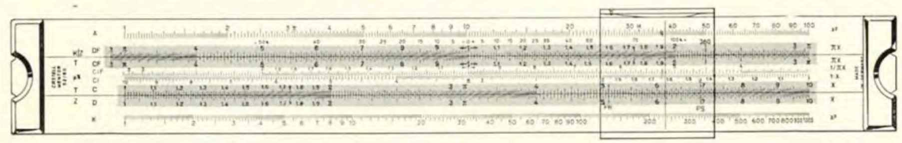

Abb. 5

Es bietet zusätzlich noch die Skala K, die die Durchführung von Rechnungen der allgemeinen Form x^3 bzw. $\sqrt[3]{x}$ gestattet. Als weitere feste Leiter finden wir die Kehrwertskala CI vor. Rudolf Eichholz stellt fest: „Die Kehrwertskala ist nach der Grundskala die nächstwichtigste überhaupt." Dennoch findet diese Skala, die auch unter dem Namen Reziprokskala, inverse oder gegenläufige Skala bekannt ist, im Unterricht selten Beachtung. Der Grund hierfür liegt darin, daß es methodisch schwierig ist, dem Schüler das Prinzip dieser Skala zu verdeutlichen. Ist dieses aber erst einmal geschehen, so erschließt diese Skala Möglichkeiten, auf deren Ausschöpfung wir auch im Volksschulunterricht nicht verzichten sollten:

a) Durch die Umwandlung einer Division in eine Multiplikation u. u. wird bei zusammengesetzten Aufgaben die Anzahl der Läufer- und Zungeneinstellungen vermindert.

b) Das Durchschieben der Zunge wird vermieden.

c) Die Skala CI ermöglicht es, die „goldene Regel" des Stabrechnens auch auf umgekehrte Verhältnisse anzuwenden.

Läßt man die Skala CI mit dem Skalenpaar C/D korrespondieren, so muß man folgerichtig auch zum Skalenpaar CF/DF die inverse Skala CIF fordern. Die Skalen C, D, CI, CF, DF und CIF bilden dann ein vollständiges System versetzter und inverser Skalen. Die Firma Faber-Castell wird diesem Wunsch in Kürze Rechnung tragen, indem sie den MENTOR-Rechenstab zusätzlich mit einer π-versetzten reziproken Skala CIF ausrüstet. Für einen fortgeschrittenen Rechenstabunterricht ist die zusätzliche Einführung der Skalen CI und CIF reizvoll und vorteilhaft, kann aber nicht als allgemein verbindlich gelten, da die Verwendung dieser Skalen vom Schüler ein gesteigertes Maß an Übung und geistiger Spontaneität erfordert.

Hat der Lehrer mit Überlegung die Wahl des geeigneten Rechenstabes getroffen, so sollte er unbedingt von allen Schülern das gleiche Modell anschaffen lassen. Einheitliche Rechenstäbe gewährleisten eine einheitliche Gestaltung des Unterrichts. Auch das große Demonstrationsmodell sollte mit den Schülerstäben übereinstimmen. Daß die Schüler später auch andere Typen kennenlernen, ist damit keineswegs ausgeschlossen.

CASTELL Demonstrations-Rechenstäbe

CASTELL-Demonstrations-Rechenstäbe sind wertvolle Hilfsmittel für den Schulunterricht. Sie werden wegen ihrer soliden Ausführung und wegen des genauen und übersichtlichen Skalenbildes bevorzugt.

CASTELL-Demonstrations-Rechenstäbe sind aus Spezialholz mit abwaschbarer Astralonauflage gefertigt.

Alle Modelle mit praktischer Aufhängevorrichtung: Doppelstäbe mit Schwenkbügel.

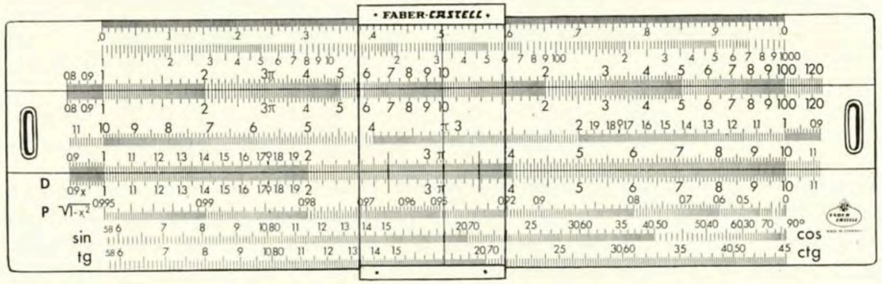

Abb. eines Demonstrations-Rechenstabes System Darmstadt

Für die Volksschule:	334/86	Columbus	in 1 m	Skalenlänge
	334/87	Rietz	in 1 m	Skalenlänge
	315/87	Rietz	in 1,50 m	Skalenlänge
	334/80	Mentor	in 1 m	Skalenlänge

Einführung in den Gebrauch der versetzten Skalen im 8. Schuljahr der allgemeinbildenden Schulen

von Realschullehrer Günter Nordmeier, Bad Essen

1. Der folgende Aufsatz berichtet über einen Weg, wie Lehrer allgemeinbildender Schulen (Volksschule, Realschule, Gymnasium) ihre Schüler des (7.), 8. oder 9. Schuljahres zu einem auf E i n s i c h t gegründeten Gebrauch der versetzten Skalen DF und CF im Zusammenhang mit den Skalen D und C führen können.

Wir setzen voraus, daß die erste Einführung in das Stabrechnen* aufgrund folgender „Verabredung" erfolgte:

Die Multiplikation der Zahlen a und b wird beim Rechenstab durch die Addition ihrer Bildstrecken B(a) und B(b) ersetzt.

Wir haben dabei stets die Bildstrecken als Pfeile zeichnen lassen und schlagen auch für den Unterricht in der Volksschule vor, gerichtete Strecken (also Pfeile) für die Darstellung von Zahlen zu verwenden. Ein Beispiel soll die verdeutlichen.

Aufgabe $a \cdot b$

R e c h e n s t a b l ö s u n g $B(a \cdot b) = B(a) + B(b)$

S k i z z e

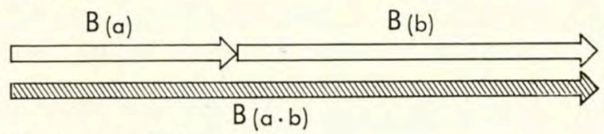

Abb. 1

S t a b e i n s t e l l u n g

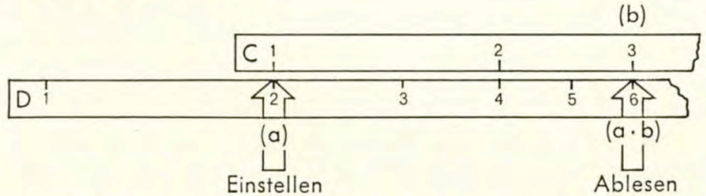

Abb. 2

Wir setzen ferner voraus, daß die Schüler Aufgaben vom Typ $a \cdot b$, $\frac{a}{b}$ und $\frac{a \cdot b}{c}$ bereits schnell und sicher mit Hilfe der Skalen D und C lösen können.

2. Einführung in die versetzten Skalen

Für die Einführung der versetzten Skalen im 8. Schuljahr empfehlen wir, daß die Schüler zunächst ihren Rechenstab aus der Hand legen und mit drei Papierstreifen arbeiten, auf denen sie die Grundskalenmarken 1, 2, 3, 4, . . . , 10 anbringen (siehe Abb. 3). Man wähle als Streifenmaße: Oberer und unterer Streifen 2 cm/30 cm, Mittelstreifen 4 cm/30 cm. Dann können die Schüler die Streifen aus einem gewöhnlichen DIN A 4-Bogen ausschneiden und die Marken 1, 2, 3, 4, . . . , 10 von einem 25 cm-Stab abgreifen. Der Lehrer kann jedoch auch die Bildlängen der Zahlen 2, 3, 4, . . . , 10 angeben:

* Siehe auch: Breidenbach-Kielhorn „Mathematik für Mittel- und Realschulen", Band 4, Seite 24 ff., Braunschweig 1966.

B (2) ≈ 7,5 cm; B (3) ≈ 11,9 cm; B (4) ≈ 15,1 cm; B (5) ≈ 17,5 cm; B (6) ≈ 19,5 cm; B (7) ≈ 21,1 cm; B (8) ≈ 22,6 cm; B (9) ≈ 23,9 cm; B (10) = 25 cm.

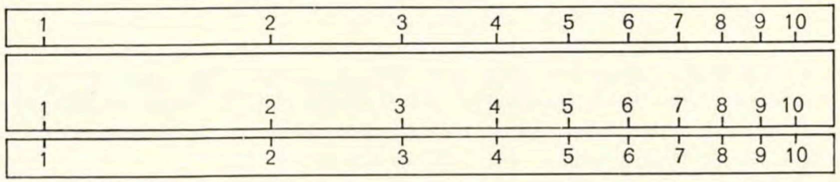

Abb. 3

Der obere Streifen wird um das Bild der Zahl 3 (kürzer: um B (3)) nach links verschoben. Dann steht die Marke 3 der Grundskala des oberen Streifens genau über der Anfangsmarke 1 der unteren Grundskala. Wir erweitern nun die obere Skala nach rechts um die Marken 2 und 3, so daß dann auch über der unteren Marke 10 auf der oberen Skala die Marke 3 steht. Daß man Grundskalen nach beiden Seiten beliebig erweitern darf, wissen die Schüler bereits aus dem vorhergegangenen Unterricht. Stabrechnen ist Ziffernrechnen!

Praktisch kann der Lehrer dabei so verfahren, daß er den links überstehenden Teil des oberen Streifens abschneiden und so an seinem rechten Ende wieder ankleben läßt, daß die Marke 1 genau unter die Marke 10 kommt. Anschließend ist noch ein kurzes Papierstück an den neuen rechten oberen Streifenrand anzukleben, damit auch die rechte Marke 3 eingezeichnet werden kann.

Auf dem oberen Streifen befindet sich nun eine um den Betrag B (3) v e r s e t z t e Grundskala.

Das dargestellte Verfahren hat zwei Vorteile. Es wird erstens dem Schüler bewußt, daß die versetzte Skala auch eine G r u n d skala ist und zweitens, daß man diese obere Grundskala nur um einen bestimmten Betrag (bei uns um B(3)) nach links verschoben hat.

Wenn der Schüler nun noch das Skalenbild des oberen Streifens auf den oberen Rand des Mittelstreifens überträgt, ist unser einfaches Modell eines Stabes mit einem Paar versetzter Skalen fertig (siehe Abb. 4). Bei den beiden oberen Skalen werden die Marken 10 nur noch mit 1 bezeichnet und etwas hervorgehoben (Stabrechnen ist Ziffernrechnen!). Die entstandenen Skalen heißen von oben nach unten DF, CF, C, D.

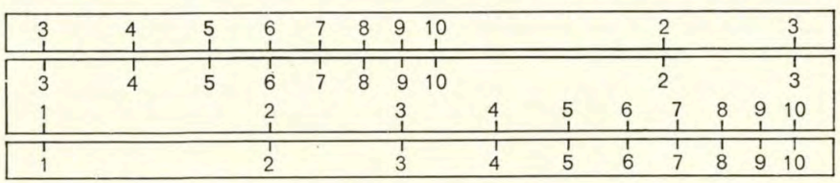

Abb. 4

3. Multiplikation mit versetzten Skalen

E r s t e A u f g a b e 1,5 · 2

Die Schüler bringen nach einem Hinweis des Lehrers auf den Skalen die Marke 1,5 an (B (1,5) ≈ 4,4 cm). Nun wird in der gewohnten Weise die Aufgabe 1,5 · 2 eingestellt, indem die Anfangsmarke der C-Skala über die Marke 1,5 der D-Skala geschoben wird (kürzer: C 1 über D 1,5). Dadurch bewegt sich der Mittelstreifen um die Länge B (1,5) nach rechts. Auch die obere Skala des Mittelstreifens bewegt sich um genau diesen Betrag nach rechts, sie wird also gegenüber ihrer Gegenskala (DF) um B (1,5) nach rechts versetzt. Daher m u ß die Marke CF 1 nunmehr unter DF 1,5 stehen!
Mit anderen Worten: Durch das Einstellen von C 1 über D 1,5 wird das System D/C, DF/CF an z w e i Stellen zur Multiplikation mit 1,5 eingestellt. Die Schüler können unten oder oben das Ergebnis der Multiplikation ablesen (siehe Abb. 5).

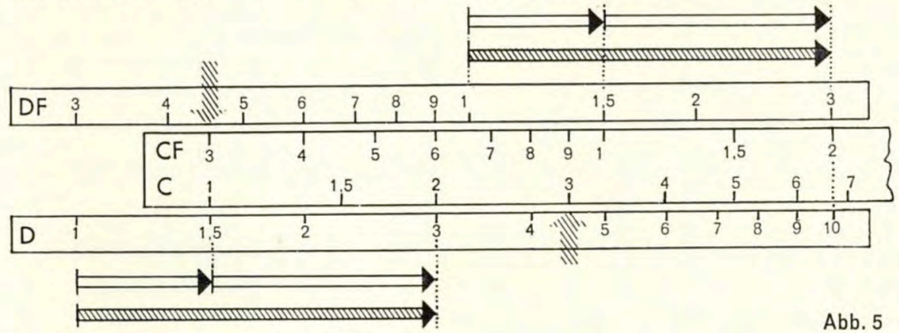

Abb. 5

Z w e i t e A u f g a b e 1,5 · 3

Der Mittelstreifen bleibt in der Lage wie in Aufgabe 1. Man liest das Ergebnis nur unter C 3, bzw. über CF 3 ab. Da rechts außen über CF 3 keine Ablesemöglichkeit besteht, dividiert man durch 10 und liest vorn über CF 3 das Ergebnis ab (siehe Abb. 5, dort sind die Ablesestellen mit Pfeilen markiert).
Bei der Lösung der zweiten Aufgabe fällt den Schülern auf, daß sich die obere Ablesestelle genau über der Einstellmarke unten befindet. Das muß bei dieser Aufgabe so sein. Die Schüler sind in der Lage, dafür eine Begründung zu geben. Trotzdem sollte der Lehrer den Zusammenhang mit Hilfe der folgenden Skizze (Abb. 6) noch einmal erläutern.

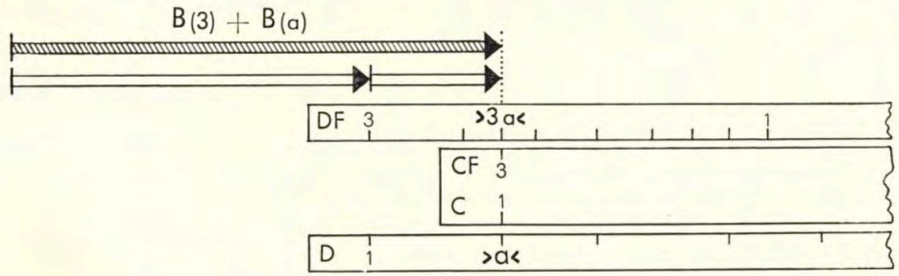

Abb. 6

Über jeder Marke D a befindet sich die Marke DF 3a, weil die obere Marke durch den Summenpfeil B (3) + B (a) festgelegt ist.

4. Division mit versetzten Skalen

E r s t e A u f g a b e   3 : 2

Man zieht C 2 über D 3 und liest unter C 1 auf D das Ergebnis ab. Die Schüler erkennen, daß auch oben die Aufgabe 3 : 2 mit eingestellt ist (siehe Abb. 7). Das muß so sein! Denn immer, wenn man die Marke C x über D y zieht, kommt die Marke CF x unter DF y.

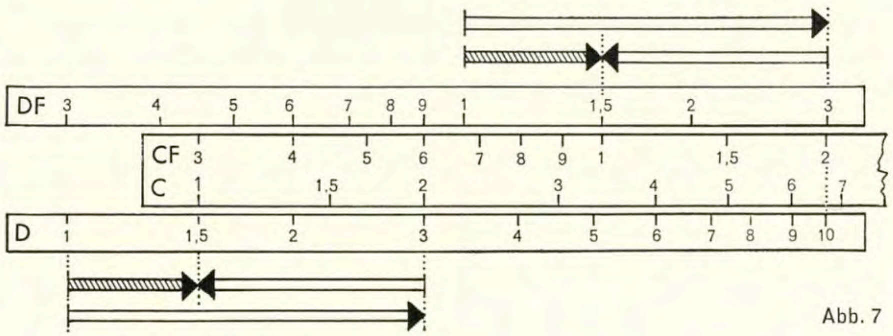

Abb. 7

Z w e i t e A u f g a b e   4 : 5

Man zieht C 5 über D 4 und liest unter C 1 (hier C 10) das Ergebnis ab. Wieder kann man das Ergebnis auch über CF 1 auf DF ablesen. Warum?

Man kann Divisionsaufgaben auch von vornherein oben einstellen. Sobald die Marke CF 1 soweit links oder rechts herausragt, daß ein Ablesen auf DF nicht mehr möglich ist, liest man auf D unter C 1 ab. Selbstverständlich läßt der Lehrer auch einige Multiplikationsaufgaben oben einstellen.

5. Der Übergang zum Rechenstab mit π-versetzten Skalen

Für unser Streifenmodell wählten wir mit Absicht eine Versetzung um den Betrag B(3), um die Schüler bei der Einführung nicht mit schwierigen Zahlenverhältnissen zu belasten. Das Prinzipielle der versetzten Skalen und der Gebrauch solcher Skalensysteme wurde den Schülern deutlich. Und das war zunächst unser Ziel!

Wir können jetzt ohne weiteres die käuflichen Rechenstäbe mit versetzten Skalen im Unterricht einsetzen. Die Schüler erkennen, daß bei ihnen die oberen Skalen nicht genau um den Betrag B(3) versetzt sind, sondern um einen etwas größeren Wert, nämlich um das Bild der Zahl π. Der Lehrer wird bei dieser Gelegenheit auf die Bedeutung der Zahl π hinweisen und Beispiele bringen, bei denen mit π multipliziert oder dividiert werden muß, auch wenn diese Hinweise im 8. Schuljahr teilweise nur den Sinn von Ausblicken haben können.

In vielen Multiplikations- und Divisionsaufgaben wird abschließend der Gebrauch des Skalensystems D/C/DF/CF geübt. Besonders bei der sogenannten „vereinigten Multiplikation und Division“, d. h., bei Aufgaben vom Typ $\frac{a \cdot b}{c}$ oder $\frac{a \cdot b}{c \cdot d}$ ist die Benutzung aller vier Skalen von großem Vorteil, weil in der Regel kein Rückschlag mehr nötig sein wird. Der Übergang vom Streifenmodell zum Rechenstab mit versetzten Skalen wird den Schülern erleichtert, wenn die vier Skalen D, C, DF, CF auf den Rechenstäben durch eine ansprechende Farbunterlegung von den anderen Skalen abgehoben sind. Dies finden wir bei den beiden Faber-Castell-Stäben „Mentor“ 52/80 für Volksschulen und „Schul-D-Stab“ 52/82 für Realschulen und Gymnasien (siehe Abb. 8 und 9).

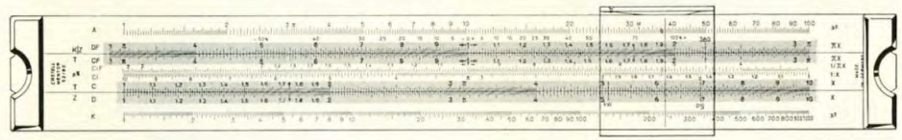

Abb. 8

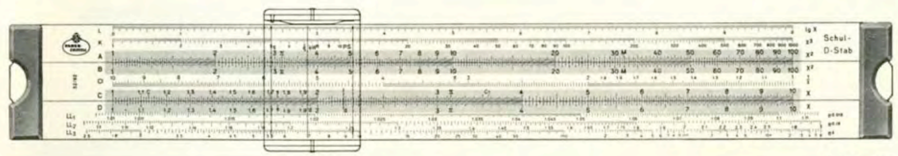

Abb. 9a

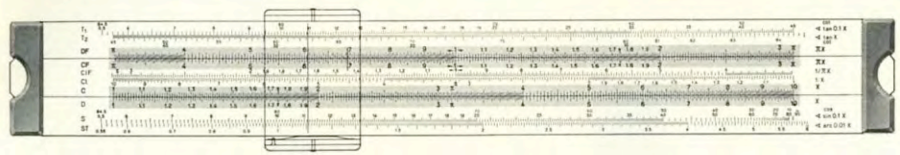

Abb. 9b

Es ist auch möglich, nach unseren Einführungsschritten einen kaufmännischen Rechenstab einzusetzen, z. B. den Faber-Castell „Disponent“. Selbst in allgemeinbildenden Schulen ist der Hinweis auf kaufmännische Rechenstäbe von Interesse, vor allen Dingen im Anschluß an die Behandlung der Zinsrechnung.

Außerdem sind auf den Läufern der beiden oben abgebildeten Faber-Castell-Stäbe (siehe

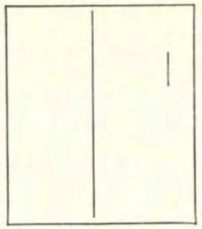

Abb. 10

Abb. 8 und 9b) Marken für eine Versetzung um den Betrag B(360) angebracht (siehe Abb. 10). Der Einsatz dieser Läufermarke bei Zinsrechnungen wird den Schülern keine Schwierigkeiten bereiten, wenn sie das Prinzip der versetzten Skalen verstanden haben.

Für kaufmännisches Rechnen mit den Modellen Schul-Disponent, Mentor und Schul-D-Stab kann eine Broschüre „RECHENSTAB-LEHRGANG FÜR DEN KAUFMANN" angefordert werden.

Weitere Literaturhinweise:

Castell-Rechenstab-Lehrbuch
soeben in 13. erweiterter
Auflage erschienen.
Format DIN A 5, Umfang 150 Seiten.
Bestellnummer 1/700 d
Zu beziehen durch:
J. Lindauer-Verlag,
8 München 33, Kaufingerstraße 29

Der Rechenstab
Lehrprogramm
von Hans Bergmann,
141 Lerneinheiten
56 Seiten, Format DIN A 5
Bestellnummer: 1502
Georg Kallmeyer-Verlag,
334 Wolfenbüttel.
Postfach 347